

1 次の (1) から (5) までの各問いに答えよ。なお、途中の式や考え方等も記入すること。

(1) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、関数 $f(\theta) = |8 \sin \theta - 2 \cos 2\theta - 3|$ の最大値と最小値を求めよ。
また、そのときの θ の値を求めよ。

(2) あるバクテリアの数が 3 時間で 10 倍の割合で増加している。このバクテリアが 100 倍の数になるには何時間かかるか、求めよ。

(3) 次の関数を微分せよ。ただし、 $x > 0$ とする。

(a) $y = x^x$

(b) $y = x^{x^x}$

1 (続き)

(4) 次の不定積分を求めよ。

$$\int \frac{x^2 + 4x + 2}{x^2 + 3x + 2} dx$$

(5) 2つの変数 x と y について、50個のデータが次のように与えられているとする。

No.	1	2	3	49	50
変数 x	1	3	5	97	99
変数 y	99	97	95	3	1

(a) 変数 x の平均値と分散をそれぞれ求めよ。

(b) 変数 x と変数 y の共分散を求めよ。

2 以下の問いに答えよ。なお，途中の式や考え方等も記入すること。必要ならば， $\sqrt{3}$ が無理数であることを用いなさい。

(1) 以下の $\square{\text{ア}}$ と $\square{\text{イ}}$ に適当な有理数を入れよ。

$$\sqrt{2 - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{\square{\text{ア}}} - \sqrt{\square{\text{イ}}}}{2}$$

(2) a, b を正の整数， i を虚数単位として， $\square{\text{ウ}}$ と $\square{\text{エ}}$ のそれぞれに a と b で表される式を入れよ。ただし， $\square{\text{ウ}} > 0$ ， $\square{\text{エ}} > 0$ とする。

$$\sqrt{a + \sqrt{b}i} = \sqrt{\square{\text{ウ}}} + \sqrt{\square{\text{エ}}}i$$

(3) 以下の $\square{\text{オ}}$ と $\square{\text{カ}}$ に適当な有理数を入れよ。

$$\sqrt[3]{6\sqrt{3} - 10} = \square{\text{オ}} + \square{\text{カ}}\sqrt{3}$$

(4) $AB=1$ ， $BC=2$ である長方形 $ABCD$ において，辺 BC 上の点 P に対して， $\angle DPC = 75^\circ$ であるとき，

(a) $\sin 75^\circ$ の値を求めよ。

(b) $\angle PAB$ の大きさを求めよ。

3 θ を $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ を満たす定数とする。 xy 平面内に点 $A(0, \sin \theta)$, $B_1(0, -1)$, $B_2(0, 1)$ をとるとき、以下の問いに答えよ。なお、途中の式や考え方等も記入すること。

(1) 点 B_1 , B_2 からの距離の差 $|B_1P - B_2P|$ が一定である点 P の軌跡として得られる曲線のうちで点 A を通るものは、 x 軸上の上側にあることを示し、その曲線 C の方程式と漸近線を求めよ。

(2) 曲線 C 上を運動する点 P の時刻 t における x 座標が $\frac{\cos \theta}{2} (e^t - e^{-t})$ と表されるとき、時刻 t における点 P の y 座標を t の関数として表せ。また、時刻 t における点 P の速度ベクトルを求めよ。

(3) 曲線 C 上の点 $P_0(x_0, y_0)$ における接線が2つの漸近線と交わる点を Q , R とする。原点 O と点 Q , R で作られる $\triangle OQR$ の面積は点 P_0 の位置によらず一定であることを示せ。