

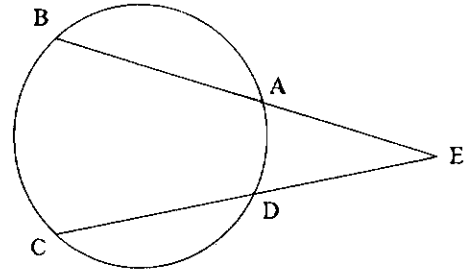
1 次の (1) から (5) までの各問いに答えよ。なお、途中の式や考え方等も記入すること。

(1) 2点 $A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$ が条件 $2|\vec{a}| = 3|\vec{b}| \neq 0$ を満たし、 \vec{a} と \vec{b} のなす角は 60° である。このとき、直線 AB 上にあり、原点から最も近い点 $P(\vec{p})$ について、 \vec{p} を \vec{a} と \vec{b} を用いて表せ。

(2) 誕生月を考える。任意に 5 人を選んだところ、少なくとも 2 人以上が同じ誕生月である確率を求めよ。ただし、1 月から 12 月まで、どの月に生まれるかは同様に確からしいとする。

1 (続き)

- (3) 図において、4点 A, B, C, D は同一円周上にあり、直線 BA と直線 CD の交点を E とする。 $\angle AED = 36^\circ$ で、弧 AB, 弧 BC および弧 CD はすべて長さが等しいとき、 $\angle ACD$ の大きさを求めよ。



- (4) 複素数平面上の点 z に対して、 $w = (1 + 2i)(z + 2)$ で表される点 w がある。点 z が単位円上を動くとき、 $|w + 1|$ の最大値を求めよ。

1 (続き)

(5) $0 \leq x < 2\pi$ のとき, 関数 $f(x) = 2 \sin 2x \sin x + 3 \sin^2 x + 4 \cos^2 \frac{x}{2}$ の最大値と最小値, およびそのときの x の値を求めよ。

2 座標平面上で、 x 座標と y 座標がいずれも整数である点 (x, y) を格子点という。 n を正の整数として、以下の問いに答えよ。なお、途中の式や考え方等も記入すること。

(1) $0 \leq x \leq 4$, $0 \leq y \leq \sqrt{x}$ を満たす格子点 (x, y) の個数を求めよ。

(2) $0 \leq x \leq n^2$, $0 \leq y \leq \sqrt{x}$ を満たす格子点 (x, y) の個数を求めよ。

(3) 座標平面上に 3 点 $O(0, 0)$, $A(n, 3n)$, $B(10n, 0)$ がある。このとき、

(a) $\triangle OAB$ の周および内部にある格子点 (x, y) の個数を求めよ。

(b) $\triangle OAB$ の内心の座標 I と外心の座標 O_1 をそれぞれ求めよ。

3 $t > 1$ とする。関数 $f(x) = x \log t - t \log x$ について、以下の問いに答えよ。なお、途中の式や考え方等も記入すること。

(1) 関数 $f(x)$ の増減を調べよ。

(2) 関数 $f(x)$ の最小値が 0 以下であることを示せ。

(3) $e^{\sqrt{5}}$ と $\sqrt{5}^e$ の大小関係を調べよ。

(4) 関数 $F(t) = \int_1^t f(x) dx$ について、 $F'(e)$ を求めよ。