物　　　　理

〔問 1〕小球の斜方投射について、次の各問いに答えよ。重力加速度の大きさを g とする。導出過程も簡潔にまとめて記し、解答は解答欄に記すこと。

I. 図 1a のように、水平右向きに x 軸、鉛直上向きに y 軸を取り、水平な床上にある原点 O の直上の高さ h の点 P から、速さ v で小球 A を水平から角度 θ ($0 < \theta < 90°$) 上方に投げた。同時に、小物体 B が、ある点 Q を速さ αv (α は正の定数)で鉛直下向きに通過した。その後、点 Q より鉛直下向きにある点 R において、小球 A の速度の鉛直成分が 0 となる放物運動の最高点に到達し、そこで小物体 B と衝突し、小球 A と小物体 B は一体化した。小球 A と小物体 B はともに同じ質量 m を持つとする。小球 A と小物体 B の大きさおよび空気抵抗は無視できるものとする。

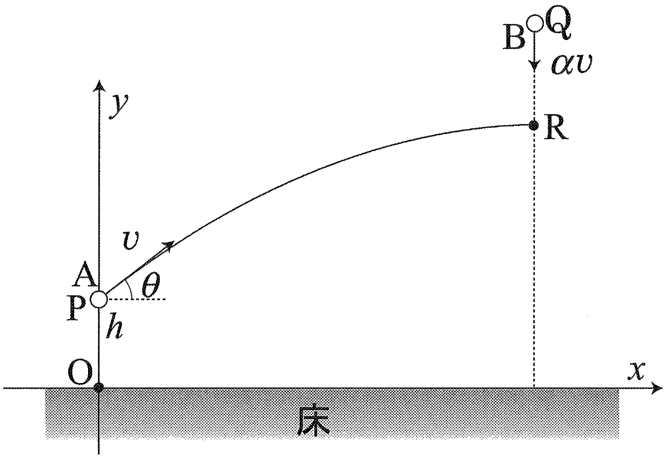

図 1a

(1) 小球 A を投げてから、点 R において小物体 B と衝突するまでの時間を求めよ。
(2) 点 R の床からの高さを求めよ。
(3) 点 R で衝突直後に、一体化した物体の速度の x 成分を求めよ。
(4) 点 R で衝突直後に、一体化した物体の速度の y 成分を求めよ。
(5) 衝突によって失われた小球 A および小物体 B の力学的エネルギーの総和を求めよ。

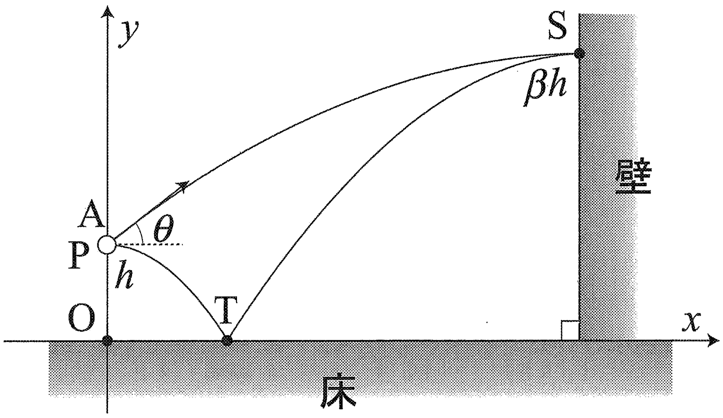

図 1b

II.　図 1b のように、水平右向きに x 軸、鉛直上向きに y 軸を取り、原点 O の直上で床からの高さ h の点 P から、ある初速度で、質量 m の小球 A を水平から角度 $\theta(0<\theta<90^\circ)$ 上方に投げたところ、高さ βh（β は $\beta>1$ である正の定数）の壁面上の点 S で小球 A の速度の鉛直成分が 0 となる放物運動の最高点に到達した。壁は、床に垂直に立っている。その後、小球 A は点 S で壁面に衝突してはね返り、さらに点 T で床と衝突してはね返った。小球 A が点 T ではね返った後、小球 A の速度の鉛直成分が 0 となる放物運動の最高点は点 P に一致した。床は $y=0$ にあって水平でなめらかであり、衝突した小球 A との間に、摩擦力ははたらかない。また、小球 A の大きさおよび空気抵抗は無視できるものとする。

(6) 小球 A の初速度の大きさを求めよ。
(7) 原点 O と壁面との水平距離を求めよ。
(8) 小球 A が壁面に衝突してから床に衝突するまでの時間を求めよ。
(9) 小球 A と床の反発係数を求めよ。
(10) 小球 A と壁面の反発係数を求めよ。
(11) (10)の小球 A と壁面の反発係数を e とするとき、$1<\beta<5$ の範囲で、e を β の関数としてグラフを描け。$\beta=2, 3, 4$ のときの e の値を有効数字 2 桁で計算してグラフに記入することにより、グラフを描く上でのヒントとせよ。必要であれば、$\sqrt{2}=1.41$、$\sqrt{3}=1.73$、$\sqrt{5}=2.24$ を用いてよい。

〔問 2〕図 2 のように、起電力 V の電池、インダクタンス L のコイル、電気容量 C のコンデンサー、抵抗値 R の抵抗を、スイッチ S_1 および S_2 を介して接続した。最初、スイッチ S_1 および S_2 は開かれており、コンデンサーに蓄えられている電気量は 0 であった。電池の内部抵抗や導線の抵抗は無視できるものとして、次の各問いに答えよ。導出過程も簡潔にまとめて記し、解答は解答欄に記すこと。

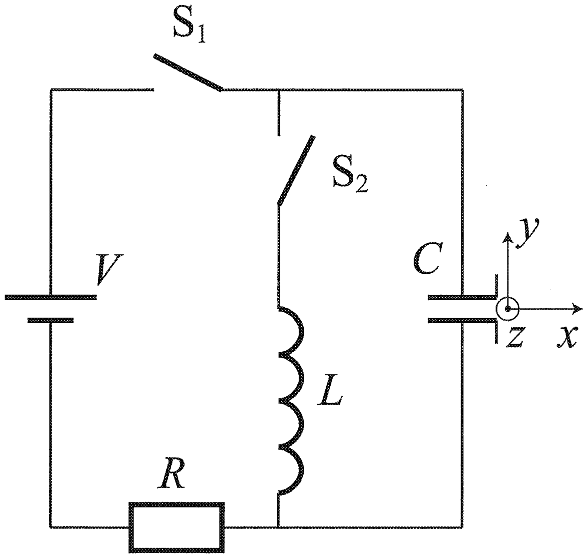

図 2

I. スイッチ S_1 を閉じた。

(1) スイッチ S_1 を閉じた直後に抵抗に流れる電流の大きさを求めよ。

(2) 十分長い時間が経過した後、コンデンサーに蓄えられている①電気量と②静電エネルギーを求めよ。

II. スイッチ S_1 を閉じて十分長い時間が経過した後、スイッチ S_1 を開き、スイッチ S_2 を閉じたところ、コンデンサーとコイルを含む回路で交互に向きが変わる振動電流が流れた。振動電流が減衰しない場合を考える。

(3) 振動電流の振動の周期を求めよ。

(4) コイルを流れる電流の最大値を求めよ。

III. II.のとき、コンデンサーから空間に電磁波が放射される場合を考える。ただし、放射される電磁波のエネルギーは非常に小さく、振動電流には影響を及ぼさないものとする。

(5) 図 2 のように、x 軸の正の向きに電磁波が平面波として減衰せずに伝わるとき、x 軸に沿って、y 方向の電場 $E_y(x)$ および z 方向の磁場 $H_z(x)$ があることが分かった。紙面に垂直で紙面の裏から表に向かう向きを z 軸の正の向きとする。$E_y(0) = 0$ で、波長と比べて十分小さな正の値 δ について $E_y(\delta) > 0$ のとき、x 軸に沿って電磁波がどのように空間変化しているかを、横軸に x、縦軸に $E_y(x)$ および $H_z(x)$ をとり、$E_y(x)$ を実線で、$H_z(x)$ を破線で、同じグラフ上に図示せよ。$E_y(x)$ と $H_z(x)$ の振幅と波長は任意にとって良いが、グラフには 1 波長分以上を描くこと。

(6) $L = 2.0$ mH、$C = 8.0$ nF のとき、真空中に放射される電磁波の波長を有効数字 2 桁で単位を付して答えよ。光速を 3.0×10^8 m/s とする。

〔問 3〕図 3 のように、ピストンが付いた内側の断面積が S である円筒型容器が大気中に置かれている。容器の内部には、n モルの単原子分子理想気体（以下、理想気体と呼ぶ）が閉じ込められている。ピストンはなめらかに動くことができ、外部からは一定の大気圧 p_0 が加わっている。さらに、このピストンには、ばね定数 k のばねが取り付けられており、鉛直方向に力を加えることができ、ばねのもう一端は天井に固定されている。容器内にはストッパーが取り付けられており、ピストンは容器の底面から高さ h_0 よりも下がらないようになっている。ピストンがストッパーの位置にあるとき、ばねは自然長である。容器内部にはヒーターが取り付けられており、理想気体を加熱できる。また、容器とピストンは断熱材でつくられており、ヒーターから熱を受け取る以外は、理想気体と外部との熱の出入りはない。ヒーターおよびストッパーの体積と熱容量、ピストンの質量、ばねの質量は無視できるものとして、次の各問いに答えよ。ただし、気体定数を R とする。導出過程も簡潔にまとめて記し、解答は解答欄に記すこと。

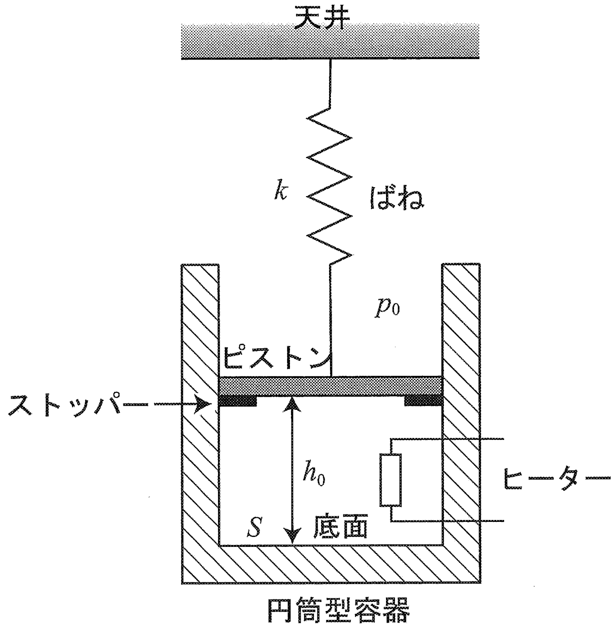

図 3

I. 最初、容器内の理想気体の温度は T_0 であり、ピストンは容器の底面から高さ h_0 の位置にあった。

(1) T_0 と p_0 との間に成り立つ条件式を求めよ。

II. 次に、ヒーターでゆっくりと理想気体を加熱したとき、ピストンは容器の底面から高さ h_0 の位置のまま、ストッパーに力を及ぼさない状態になった。

(2) 最後の状態での理想気体の温度を求めよ。

(3) この過程で、ヒーターによって、理想気体に加えられた熱量を求めよ。

III. さらに、ヒーターでゆっくりと理想気体を加熱したとき、ピストンは容器の底面から高さ $h_0 + h_1$ $(h_1 > 0)$ の位置まで上昇した。

(4) 最後の状態での理想気体の圧力を求めよ。

(5) この過程で、理想気体がした仕事を求めよ。

(6) この過程で、理想気体に加えられた熱量を求めよ。

〔問4〕図4のように、単スリットS_0のある薄い板A、複スリットS_1およびS_2のある薄い板B、スクリーンCを平行に置いた。板Aの左側にある単色光源から出た波長λの光は、S_0と、S_1またはS_2を通ってスクリーンCに到達し、干渉縞をつくる。スリットS_1とS_2の中点を通ってスクリーンCに垂直な線（破線）と板AおよびスクリーンCとの交点をPおよびOとする。図4のように、Oを原点としたx軸およびy軸をとり、原点から距離bで$y>0$の側にあるスクリーンC上の点をQとする。板Aと板Bとの間隔をL、板BとスクリーンCとの間隔をlとする。S_0P、S_0S_1、S_0S_2、S_1S_2、S_1Q、S_2Qの距離をそれぞれa、R_1、R_2、d、r_1、r_2とする。a、bおよびdは、lやLに比べて十分小さいものとし、光はxy平面内で進むものとする。次の各問いに答えよ。導出過程も簡潔にまとめて記し、解答は解答欄に記すこと。

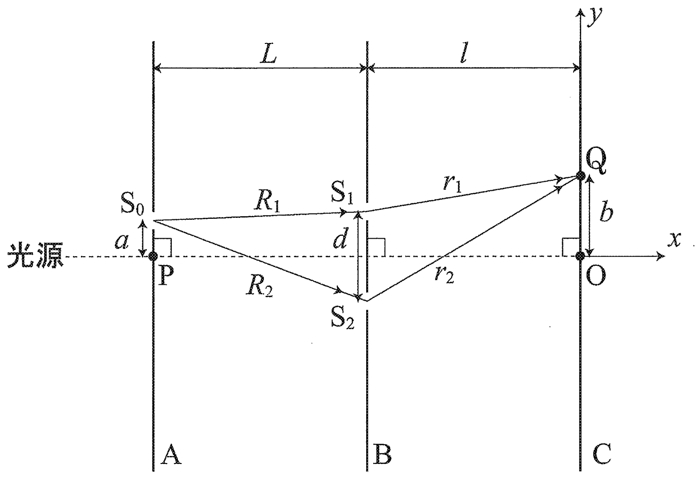

図4

(1) $a=0$のとき、点Qで明線ができる条件を、r_1、r_2、λと整数mを用いて表せ。

(2) (1)のとき、bを、d、l、λ、mを用いて表せ。解答の導出には、zを実数とし$|\delta|<<1$で成り立つ近似式 $(1+\delta)^z \fallingdotseq 1+z\delta$ を用いよ。

(3) $a>0$のとき、点Qで明線ができる条件を、r_1、r_2、R_1、R_2、λと整数m'を用いて表せ。

(4) (3)のとき、bを、a、d、L、l、λ、m'を用いて表せ。解答の導出には、zを実数とし$|\delta|<<1$で成り立つ近似式$(1+\delta)^z \fallingdotseq 1+z\delta$を用いよ。

(5) 単スリットS_0を一定の速さvで図4のyが正の向きに移動させるとき、明線の移動する速度を、符号も含めて、L、l、vを用いて表せ。

(6) 板Aと板Bの間に、透明で屈折率nを持つ物質を満たした。(5)と同様に単スリットS_0を一定の速さvでyが正の向きに移動させるとき、明線の移動する速度を、符号も含めて、L、l、n、vを用いて表せ。

〔問 5〕窒素に中性子が衝突し、炭素と陽子ができるときの原子核反応は、$^{14}_{7}\mathrm{N}+^{1}_{0}\mathrm{n}\rightarrow^{14}_{6}\mathrm{C}+^{1}_{1}\mathrm{H}$ と書ける。ここで、統一原子質量単位 (u) を用いると、$^{14}_{7}\mathrm{N}$、$^{1}_{0}\mathrm{n}$、$^{14}_{6}\mathrm{C}$、$^{1}_{1}\mathrm{H}$ の質量は、それぞれ、14.00307、1.00867、14.00324、1.00783 である。光速を 3.00×10^{8} m/s、電気素量を 1.60×10^{-19} C、アボガドロ定数を 6.02×10^{23} /mol として、次の各問いに答えよ。導出過程が必要な問題は導出過程も簡潔にまとめて記し、解答は解答欄に記すこと。

(1) 1u の質量は何 kg か。有効数字 2 桁で求めよ。

(2) 1u の質量に相当するエネルギーは何 MeV か。有効数字 2 桁で求めよ。

(3) この原子核反応で放出されるエネルギーは何 MeV か。有効数字 2 桁で求めよ。

(4) $^{14}_{6}\mathrm{C}$ は β 崩壊する。この崩壊でできる元素は何か。質量数と原子番号が分かるように、元素記号に質量数と原子番号を付して示せ。

(5) $^{14}_{6}\mathrm{C}$ の半減期は 5730 年である。$^{14}_{6}\mathrm{C}$ がもとの $\dfrac{1}{10}$ の量になるまで何年かかるか。有効数字 2 桁で求めよ。$\log_{10} 2 \fallingdotseq 0.301$ とせよ。

(6) この崩壊によって放出されるエネルギーがすべて β 線を構成する粒子である β 粒子の運動エネルギーになるとすると、β 粒子の運動エネルギーは何 MeV か。有効数字 2 桁で求めよ。β 粒子の質量は原子核の質量と比べて無視できるものとする。