1 次の (1) から (5) までの各問いに答えよ。なお，途中の式や考え方等も記入すること。

(1) 次の式を簡単にせよ。

$$(\log_2 40)^2 - \frac{\log_2 10}{\log_{160} 2}$$

(2) A と B の 2 つの袋がある。A には赤球が 2 個と白球が 2 個入っており，B には赤球が 1 個と白球が 3 個入っている。今いずれかの袋から 1 個，球を取り出したところ，赤球であった。それが袋 A から取り出された確率と袋 B から取り出された確率を，それぞれ求めよ。ただし，いずれの袋を選ぶのかは同様に確からしいとする。

$\boxed{1}$ (続き)

(3) $\triangle$ABC の辺 BC，CA，AB 上に，それぞれ点 P，Q，R を

$$\frac{\mathrm{PC}}{\mathrm{BP}} = \frac{\mathrm{QA}}{\mathrm{CQ}} = \frac{\mathrm{RB}}{\mathrm{AR}} = \frac{1}{3}$$

を満たすようにとる。さらに，線分 AP と BQ，線分 BQ と CR，線分 CR と AP の交点をそれぞれ，D，E，F とする。

(a) $\dfrac{\mathrm{PF}}{\mathrm{FA}}$ を求めよ。

(b) $\dfrac{\mathrm{PD}}{\mathrm{DA}}$ を求めよ。

(4) 実数 x，y が $4x^2 + 9y^2 = 36$ を満たして変化するとき，$x + y$ の最大値を求めよ。また，そのときの x と y の値をそれぞれ求めよ。

$\boxed{1}$ （続き）

(5) 19 で割ると 2 余り，21 で割ると 5 余る，4 桁の自然数の中で最小のものを求めよ。

2 以下の問いに答えよ。なお，途中の式や考え方等も記入すること。ただし，(2) はグラフのみでよい。

(1) a，b を実数として，不等式 $|a|+|b| \geqq |a-b|$ を証明せよ。また，等号が成り立つのはどのようなときか。

(2) 実数 x の関数 $f(x)=|2x-1|$ について，$f_1(x)=f(x)$，$f_2(x)=f(f_1(x))$，$f_3(x)=f(f_2(x))$ と定める。関数 $y=f_3(x)$ のグラフをかけ。

(3) 任意の実数 t について，実数 x の関数 $f(x)=|x-1|+|x-2|+|x-t|$ は常に $f(x) \geqq 1$ であることを証明せよ。

(4) 実数 x の関数 $f(x)=\displaystyle\sum_{k=1}^{N}|x-k|$ について，この関数の最小値を求めよ。また，そのときの x を求めよ。ただし，N は自然数とする。

3 以下の問いに答えよ。なお途中の式や考え方等も記入すること。

(1) 次の $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{エ}$ に適当な数を入れよ。

$$\cos 3\alpha = \boxed{ア}\cos\alpha + \boxed{イ}\cos^3\alpha, \qquad \sin 3\alpha = \boxed{ウ}\sin\alpha + \boxed{エ}\sin^3\alpha$$

下図のように，原点Oを中心として，半径 a の円Oが固定されている。半径 $b\,(<a)$ の円Cが，円Oに内接しながらすべることなく時計の針と同じ向きに回り，円Cの中心Cは O の回りに時計の針と反対向きに回転していく。はじめに円Cの中心Cは点 $(a-b,\,0)$ にあるものとし，このとき，円O上の点 $\mathrm{A}(a,\,0)$ に重なっている円C上の点をPとする。円Cが回転して，$\angle\mathrm{COA}=\theta$ となったときの点Pの座標を (x, y) とする。

(2) 円Oと円Cの接点をBとする。このとき，$\angle\mathrm{BCP}$ の大きさを求めよ。

(3) x と y を，それぞれ，a，b および θ を用いて表せ。

(4) $a:b=4:1$ の関係があるとする。このとき，θ を消去して，x と y の間に成り立つ関係式を求めよ。また，点Pのえがく曲線の長さを a で表せ。ただし，$0 \leqq \theta \leqq 2\pi$ とする。

(5) $a:b=3:1$ の関係があるとする。このとき，$0 \leqq \theta \leqq 2\pi$ として，点Pのえがく曲線の長さを a で表せ。また，この曲線で囲まれた部分の面積を a で表せ。