物　　理

〔問 1〕テニスコートの自分側コートの端（エンドライン）からテニスボールを打ったときに、ネットを越えて相手側コート内にテニスボールが入る（相手コート内で初めてバウンドする）条件を考える。図 1 のように、水平面上にある自分側コートのエンドラインを原点 O にとり、自分側コートから見て相手側コートの向きを正とする水平面上の座標を x、鉛直上向きを正とする座標を y とする。自分側コートおよび相手側コートのエンドラインからネットまでの距離をともに a、ネットの高さを b とする。ネットは水平面に垂直に立っており、テニスボールの打ち出し方向はエンドラインに垂直である。重力加速度の大きさを g とし、ネットやエンドラインの幅、ネットのたるみ、テニスボールの大きさおよびテニスボールが運動中の空気抵抗の影響は無視できるものとする。次の各問いに答えよ。導出過程も簡潔にまとめて記し、解答は解答欄に記すこと。

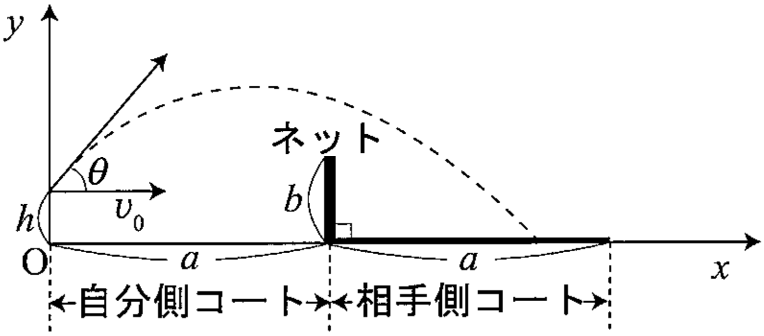

図 1

I.　時刻 $t=0$ において、$x=0$、$y=h$ $\left(\frac{1}{3}b \leqq h \leqq \frac{2}{3}b\right)$ の点から、x 軸の正の向きを持つ水平方向の初速度 v_0、水平面となす角度 θ $(0^\circ < \theta < 90^\circ)$ でテニスボールを打ち上げた。

(1) テニスボールが地面またはネットにぶつからない範囲で、時刻 t $(t>0)$ におけるテニスボールの x 座標の値を求めよ。

(2) テニスボールが地面またはネットにぶつからない範囲で、時刻 t $(t>0)$ におけるテニスボールの y 座標の値を求めよ。

(3) テニスボールが自分のコートにおいてバウンドすることなくネットを越えるために満たすべき条件を求めたい。

① ボールの打ち出し角度が、ボールを打ち出した点とネットの上端とを結ぶ直線と水平面とのなす角度よりも大きい必要があることから、$\tan\theta$ が満たすべき条件を求めよ。

② ①の条件のもとで、v_0 が満たすべき条件を求めよ。

(4) (3)の条件のもとに、ネットを越えたテニスボールが相手側コートに入り、相手側コート内でバウンドする（相手側コートのエンドラインを越えない）ための v_0 が満たすべき条件を求めよ。

〔問１　続き〕

II.　次に、$a=10b$、$h=\dfrac{1}{2}b$ の場合について考える。

(5) テニスボールがネットを越えて相手側コートに入るための、θと v_0 との満たすべき条件を詳しく調べたい。横軸を $\tan\theta$、縦軸をv_0^2に比例する無次元の値$u_0=\dfrac{2v_0^2}{ga}$にとり、(3)および(4)で求めた３つの条件をすべて満たす範囲をグラフ上に斜線で示せ。グラフには、重要と考えられる座標の値も示すこと。

(6) (5) のグラフから、u_0が大きすぎると、どのようなθ に対しても、テニスボールが相手側コートに入らないことがわかる。

① テニスボールが相手側コートに入るときの、u_0の最大値を求めよ。

② ①の場合で u_0 が最大値を取る場合の、$\tan\theta$ の値を求めよ。

III.　最後に、$a=10b$ の場合に、任意の h （$\dfrac{1}{3}b\leqq h\leqq\dfrac{2}{3}b$） について(6)の条件を考える。無次元化した h の値を$h'=\dfrac{h}{b}$ （$\dfrac{1}{3}\leqq h'\leqq\dfrac{2}{3}$） とする。

(7) ① $h'=\dfrac{1}{3}$、および ② $h'=\dfrac{2}{3}$ のそれぞれの場合について、(6)の①と同様の考え方で、テニスボールが相手側コートに入る場合の u_0 の最大値をそれぞれ求めよ。

(8) (6)の①と同様の考え方でテニスボールが相手側コートに入る場合の u_0 の最大値を求め、その値を縦軸に、h'を横軸にとることによって、グラフを作成せよ。$h'=\dfrac{1}{3},\dfrac{1}{2},\dfrac{2}{3}$ の場合の値もそれぞれ書き込むこと。

〔問 2〕図 2 のように、2 つの平行板コンデンサーA および B と電圧一定の電池を、スイッチ SW_1、SW_2、SW_3 を介して導線で接続した。2 つの平行板コンデンサーの極板の形状はすべて同じであり、面積は S である。コンデンサーA の極板間距離は d で固定されているが、コンデンサーB の極板間距離 x は変えることができる。最初、2 つのコンデンサーA および B には電荷が蓄えられておらず、SW_1、SW_2、SW_3 はすべて開いていた。これらが真空中に置かれているものとして、次の各問いに答えよ。コンデンサーの極板間の電場に対する端の影響は無視でき、電気力線は極板間に限られるものとする。また、真空の誘電率を ε_0 とし、導線の電気抵抗および電池の内部抵抗は無視できるものとする。次の各問いに答えよ。導出過程も簡潔にまとめて記し、解答は解答欄に記すこと。

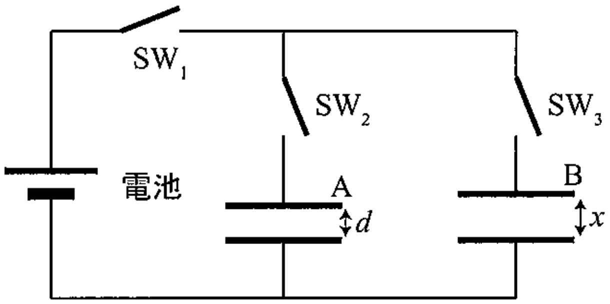

図 2

I.　SW_3 は開いたまま、SW_1 および SW_2 を同時に閉じ、十分時間が経過したあと、極板に蓄えられる電気量の大きさが Q になるまでコンデンサーA を充電した。

(1) コンデンサーA に蓄えられた静電エネルギーを求めよ。

(2) コンデンサーA の極板間での電場の大きさを求めよ。

II.　I の状態から SW_1 を開き、SW_2 は閉じたままで、コンデンサーB の極板間距離を $x = x_1$ にしてから SW_3 を閉じ、十分時間が経過した。

(3) ① コンデンサーA に蓄えられている電気量、および ② コンデンサーB に蓄えられている電気量をそれぞれ求めよ。

(4) コンデンサーA およびコンデンサーB に蓄えられている静電エネルギーの和を求めよ。

III.　II の状態から SW_2 を開き、SW_1 は開いたままで、コンデンサーB の極板間距離を $x = x_2$ $(x_2 > x_1)$ までゆっくりと広げた。

(5) このとき、極板間を広げるのに必要な仕事を求めよ。

〔問 3〕図 3 のように、空気より屈折率の大きい２種類のレンズ L_1 と L_2 とを重ねた場合に見える光の干渉縞（じま）について考える。レンズ L_1 は、半径 R の半球で、切断面は水平に置かれている。レンズ L_2 は、半径 R の半円柱で、切断面は水平に置かれている。レンズ L_1 の最下点は、レンズ L_2 の最上点に接しており、その接点を O とする。また、図のように、接点 O を含む水平面上での座標を、半円柱の最上点に沿って x 軸、それと垂直な方向を y 軸とし、この xy 平面を平面 P と呼ぶことにする。この重なり合ったレンズの真上から空気中での波長が λ である平行な光をあて、光の干渉縞の様子を観察した。以下では、点 O からの距離が R に比べて十分小さい場合のみ考える。また、２つのレンズは空気中に置かれており、レンズ表面での光の屈折については考えなくてよい。次の各問いに答えよ。導出過程が必要な問題は導出過程も簡潔にまとめて記し、解答は解答欄に記すこと。

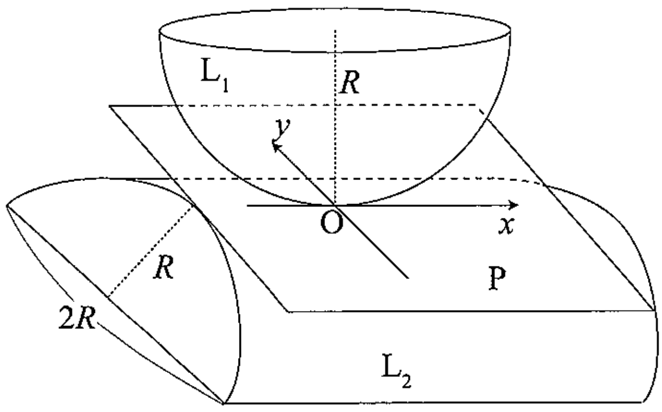

図 3

(1) 真上からあてた光は、レンズ L_1 の下面とレンズ L_2 の上面で反射する。この２つの反射光の光路差を d とするとき、m を正の整数として、反射光が強め合う条件を求め、その理由について説明せよ。説明には、光が反射するときの位相の変化（相当する反射の種類）についても記述すること。

(2) 平面 P 上で原点 O に近い点 A (x, y) を通る光線が、レンズ L_1 の下面と交わる点を B とする。AB 間の距離を求めよ。このとき、OA 間の距離が R に比べて十分小さいことを利用して近似を行え。必要であれば、a が実数で z が小さい場合、$(1+z)^a \fallingdotseq 1+az$ が成り立つことを利用せよ。

(3) 平面 P 上で原点 O に近い点 A (x, y) を通る光線が、レンズ L_2 の上面と交わる点を C とする。AC 間の距離を求めよ。OA 間の距離が R に比べて十分小さいことを利用して近似を行うこと。

(4) (2)および(3)の結果から、光路差 d を求めよ。

(5) (1)と(4)の結果から、点 O の近くで干渉縞がどのように見えるかについて、図示して説明せよ。

〔問 4〕 1 mol の単原子分子理想気体があり、最初、その体積は V_1 であり、温度は T_1 であった。この気体に、次の操作 OP1 から OP4 までを順に行った。

OP1： 体積を V_1 に保ったまま、温度を T_1 から T_2 までゆっくりと増加させた。

OP2： 温度を T_2 に保ったまま、体積を V_1 から V_2 までゆっくりと増加させた。

OP3： 体積を V_2 に保ったまま、温度を T_2 から T_1 までゆっくりと減少させた。

OP4： 温度を T_1 に保ったまま、体積を V_2 から V_1 までゆっくりと減少させた。

上記操作以外での気体の熱の入出は無いものとし、気体定数を R として、次の各問いに答えよ。導出過程も簡潔にまとめて記し、解答は解答欄に記すこと。

(1) 操作 OP1 から OP4 までの気体の状態変化を、横軸を体積 V、縦軸を圧力 p としたグラフで表わせ。グラフ上の線には、どの線がどの操作に対応するかも記すこと。圧力の値は記入しなくて良い。

(2) 操作 OP1 で増加した気体の内部エネルギーを求めよ。

(3) 操作 OP1 で気体が外部にした仕事を求めよ。

(4) 操作 OP1 で気体に与えられた熱量を求めよ。

(5) 操作 OP2 で気体がした仕事を W_2、操作 OP4 で気体がした仕事を W_4 とする。これらの仕事を個別に求めることは複雑な計算を行わないと難しいが、２つの操作では温度が一定であること、体積の変化量の大きさが同じであることを利用して、仕事の比 $\dfrac{W_4}{W_2}$ を複雑な計算を行わなくても求めることができる。符号に注意して、$\dfrac{W_4}{W_2}$ を求めよ。

(6) 操作 OP1 から OP4 を行うと、気体はいろいろな状態を経て元の状態に戻り、熱を仕事に変換する熱機関となる。(4)で求めた熱量を Q_1 としたとき、この熱機関の熱効率を Q_1、W_2、W_4 を用いて表わせ。

(7) Q_1 が W_2 に比べて非常に小さい場合、(6)で求めた熱効率を、T_1 および T_2 を用いて表わせ。

〔問 5〕図 4 のように、磁束密度の大きさが B である y 軸の正の向きの一様な磁場中で、x 軸方向に平行な細い固定軸があり、固定軸から鉛直にたれた長さ l の 2 本の伸縮しない軽い糸によって質量 m、長さ d の細くて均質な導体棒 PQ がつるされている。導体棒をつるす糸と鉛直方向とのなす角をαとする。また、鉛直上向きを z 軸の正の向きとする。導体棒には、導体棒の運動を妨げずに電流 I を一定に保ちながら供給する装置がつながれている。ただし、P から Q に流れる方向を電流 I の正の向きとする。重力加速度の大きさを g とし、空気抵抗の影響は無視できるものとして次の各問いに答えよ。導出過程が必要な問題は導出過程も簡潔にまとめて記し、解答は解答欄に記すこと。

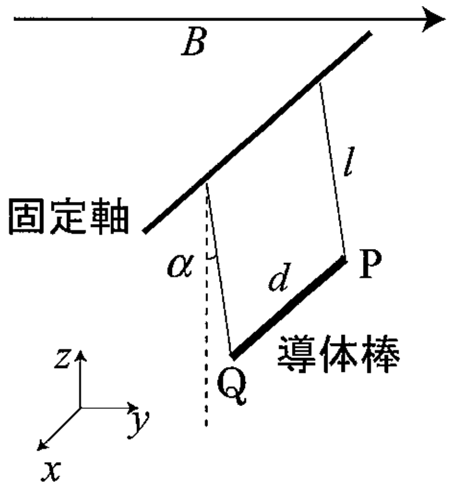

図 4

I. 導体棒に働く重力に比べて導体棒が磁場から受ける力の大きさが十分小さくなるような一定の電流 I を導体棒に流した状態で、導体棒を$\alpha=0$ の静止した位置から小さな初速度 v_0 を y 軸の正の向きに与えて単振動を行わせた。

(1) $I>0$ のとき、導体棒が磁場から受ける力の大きさと向きを求めよ。

(2) 単振動の周期を求めよ。

(3) $I=0$ のときの単振動の周期を T_0、$I<0$ のとき単振動の周期を T_1 としたとき、T_0 と T_1 との大小関係を正しく表しているものはどれか。理由も付して、記号で答えよ。

ア. $T_0<T_1$　　イ. $T_0=T_1$　　ウ. $T_0>T_1$

(4) $I<0$ のときの単振動の振れ角α の最大値をα_1 とするとき、$\cos\alpha_1$ の値を求めよ。

(5) $I=0$ のときの単振動の振れ角α の最大値をα_0 とするとき、α_0 とα_1 との大小関係を正しく表しているものはどれか。理由も付して、記号で答えよ。

ア. $\alpha_0<\alpha_1$　　イ. $\alpha_0=\alpha_1$　　ウ. $\alpha_0>\alpha_1$

II. 次に、一定電流値 I を徐々に増加させると、導体棒が磁場から受ける力と重力とがつり合った。

(6) このときの I の値を求めよ。

(7) このとき、I.の場合と同様に導体棒が $\alpha=0$ の位置で静止した位置で糸がたるんでいない状況から、小さな初速度 v_0 を y 軸の正の向きに与えると、導体棒はどのような運動をするか、説明せよ。